

# 用特征值法研究泥石流和冰碛物砾向组构

王爱英 武春龙 艾南山

(兰州大学地理系)

沉积物特征及其区别的研究，一直是现代沉积学最吸引人的课题之一。本文试图用特征值法，对泥石流堆积物的砾向组构，特别是它与冰碛物砾向组构的区别，定量地进行分析；对古混杂堆积物的判别也作了一些有意义的研究。

特征值法与最小二乘法一样，同属传统的数学方法，可以求函数最小值。最早为法拉（Fara）和沙伊德格尔（Scheidegger）利用它计算地震断层面解，并称之为特征值法（eigenvalue method），继后沙伊德格尔又将此法引入沉积物分析，求面、线等的平均值。我们曾同一些人合作，将此法引入泥石流砾向组构的研究，并编制了相应的ALGOL程序。最近我们又根据需要，重新编制了由特征值法计算各种参数的BASIC程序，放在兰大地理系的VICTOR—9000上，使泥石流及各种沉积物的砾向研究有了一个较方便的工具。本文拟介绍我们运用这一方法，在泥石流与冰碛物砾向组构上的最近研究成果。资料搜集和初步计算，是武春龙同志在作毕业论文时完成的；继后又合作加工，作了进一步的计算和分析。

## 一、数学模型

对于任一砾石的倾向 $\theta$ 和倾角 $\varphi$ 唯一对应三维空间一单位向量 $(l, m, n)$ ，它们的关系为，

$$\begin{cases} l = \cos\theta\cos\varphi & 0 \leq \theta \leq 2\pi \\ m = \sin\theta\cos\varphi & \\ n = \sin\theta & 0 \leq \varphi \leq \pi/2 \end{cases}$$

现将 $n$ 块砾石所对应的 $n$ 个单位向量坐标交叉积的和，构成二次型对称矩阵，记为

$$A = \begin{pmatrix} \sum l_i^2 & \sum l_i m_i & \sum l_i n_i \\ \sum m_i l_i & \sum m_i^2 & \sum m_i n_i \\ \sum n_i l_i & \sum m_i n_i & \sum n_i^2 \end{pmatrix}$$

徐叔桐在《变质杂岩组构的多元统计分析》一文中，介绍了国外学者沃特桑（Watson）等人研究成果，发现： $A$ 的特征值的相对大小与组构的型式有密切的关系。

一个沉积物测量点 $n$ 块砾石所对应的 $n$ 个单位向量，可以看作是单位半球上的 $n$ 个单位质点。它们围绕通过球心的轴 $(d_1, d_2, d_3)$ 的转动惯量可以用下式表示：

$$J = \sum_1^n (m_i^2 + n_i^2) d_1^2 + \sum_1^n (n_i^2 + l_i^2) d_2^2 + \sum_1^n (l_i^2 + m_i^2) d_3^2 - 2 \sum_1^n m_i n_i d_2 d_3 - 2 \sum_1^n n l_i d_3 d_1 - 2 \sum_1^n l_i m_i d_1 d_2$$

$$\text{由于 } l_i^2 + m_i^2 + n_i^2 = 1 \quad d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 = 1,$$

故上式可以整理化简为：

$$J = n - d' A d$$

式中：J——围绕d轴的转动惯量；

n——观测砾石数；

d', d——(d<sub>1</sub>, d<sub>2</sub>, d<sub>3</sub>)的转置矩阵，矩阵；

A——观测值方向余弦交叉乘积和矩阵（即前边介绍的二次型对称矩阵A）。

当n固定时，J的大小决定于二次型d'Ad的大小，由代数学定理可知：使二次型d'Ad达到最大值的向量d就是A的特征向量，而最大值就是d相应的特征值，于是有：

$$J_{\max} = n - \min \{ \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \}$$

$$J_{\min} = n - \max \{ \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \}$$

其中λ<sub>1</sub>, λ<sub>2</sub>, λ<sub>3</sub>是矩阵A的三个特征值，且λ<sub>1</sub> + λ<sub>2</sub> + λ<sub>3</sub> = n

当J取最小值时，表明质点离转轴d距离最小，即质点密集在转轴d的附近。故最大特征值可以用来衡量质点离散（或密集）的程度。而三个特征值的相对大小也应当能反映出质点分布的特征。

不妨设λ<sub>1</sub> > λ<sub>2</sub> > λ<sub>3</sub>，单位化为：

$$S_1 = \frac{\lambda_1}{n} \quad S_2 = \frac{\lambda_2}{n} \quad S_3 = \frac{\lambda_3}{n}$$

为了描述质点的离散度可以用E = √S<sub>1</sub>，E值愈小，离散度愈大。

沃特桑设计了两轴比图解，分别以ln(S<sub>1</sub>/S<sub>2</sub>)、ln(S<sub>2</sub>/S<sub>3</sub>)为纵、横坐标，对结构的型式进行分析，如图所示。

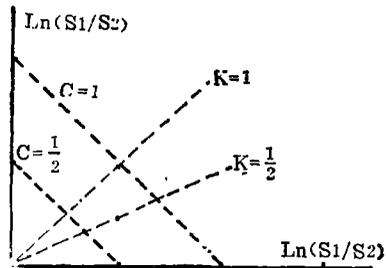
设

$$K = \frac{\ln \left( \frac{S_1}{S_2} \right)}{\ln \left( \frac{S_2}{S_3} \right)}$$

$$C = \ln(S_1/S_2) + \ln(S_2/S_3)$$

则K的大小反映质点极密的程度，k愈大质点愈密集；

C表示优选定向的强度，C越大优选定向越明显。



## 二、计算结果

根据我们收集的材料，分别对武都泥石流15个点，天山冰碛物18个点（共约3,000多块砾石）进行了计算，用特征值法按a轴，ab面分别算出了各点的E、ln(S<sub>1</sub>/S<sub>2</sub>)、ln(S<sub>2</sub>/S<sub>3</sub>)和C、K值。

### 三、结果分析

1、离散度E值的分析。对于a轴的两组E值进行方差分析，得 $F = 30.3862 > F_{0.01} = 7.64$ ，表明两组数据差异特别显著；对于ab面两组E值进行方差分析，得 $F = 5.89 > F_{0.05} = 4.20$ ，表明两组数据差异显著。天山E值明显高于武都E值，且a轴更为明显，表明武都砾石组构数据离散程度更大。

2、其余几个参数的分析。我们画了二轴比图解，在a轴的两轴比图解上，若以直线 $C = 0.974$ 为界，则18个天山点除1个点外，其余17个点落在直线的右上方，（即 $C \geq 0.974$ ），而15个武都点除4个之外，其余11个落在直线左下方（即 $C < 0.974$ ）。而在ab面的两轴比图解上，若以直线 $C = 1$ 为界，则18个天山点除7个点外其余11个落在直线的右上方（即 $C > 1$ ），而15个武都点除了1个点之外，其余14个点落在直线左下方（即 $C < 1$ ）。类似的方法分析K值可知，天山略高于武都（但不如C值那样明显），这就表明了天山组构型式的极密程度和优选定向都高于武都。与E值结果相似，a轴资料区分效果较ab面更好。

3 庐山和马衙山古混杂堆积物计算结果。据收集到的资料，我们对庐山16个点和马衙山11个点进行了计算。

分析这些结果表明，庐山的E、K、C值，介于武都和天山之间，而马衙山较接近于天山。但目前这些参数及其组合还不足以区分古沉积物或混杂堆积的成因，需要进一步构造新的统计量，提取新的信息，这有待于继续的工作。

### 四、计算砾向组构的程序

程序使用说明。本程序是在VICTOR—9000机上通过的1—99行可为DATA语向，第一个数据必须是样品个数n，然后把倾向 $\theta_i$ 倾角 $\varphi_i$ 成对来输入（程序请单略），输出结果为：

- 1、三个特征值和它们所对应的特征向量；
- 2、 $S_1, S_2, S_3$ 的值；
- 3、参数 $l_n(S_1/S_2)$ 、 $l_n(S_2/S_3)$ 和K、C、E的值。

~~~~~  
(上接第34页)

性泥石流中形成的泥球，而是在洪水中形成的泥球，或水石流中形成的泥球。

#### (五) 砾石和漂砾的表面特征

粘性泥石流沉积物中，常含有大的砾石和漂砾，其表面常有磨光面、各种形状的大小擦痕和碰击坑。这是由于砾石和漂砾在泥石流搬运过程中以滚动、跳跃和滑动等方式在沟床上走走停停，表面上经常遭受碰击和摩擦，因而形成了磨光面、擦痕和碰击坑。我们在武都龙床沟的几块大漂砾表面，统计泥石流的擦痕类型有十多种，如弧形、钉子形、鼠尾形、锯齿形和藕节形等，长有20多厘米、宽有1厘米多的、深有0.6厘米。密度最大的一处，25平方厘米内有大小40多条擦痕，各种方向和形状的擦痕都展布在一个磨擦面上。总之，泥石流的擦痕的形状是多样的；在同一个磨擦面上，擦痕的长、宽和深互相可以相差很大。它们的断面是粗糙不平和不规则的，并且经常有不同形状和大小的碰击坑（其断面很粗糙），同时出现在有擦痕的磨擦面上。这些都说明，砾石和石块在泥石流中运动的速度是较快的，经常互相碰击，刻蚀的力量是不均一的。